Programme de khôlle N°21 - Mathématiques - PC2

Semaine du 19/03/2018 au 23/03/2018

Dérivation des fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^n$

- Dérivabilité d'une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans un $\mathbb{R}^n$; caractérisation à l'aide des fonctions composantes ; DL d'ordre 1.
- Composée d'une application linéaire et d'une application dérivable.
- Composée d'une application bilinéaire et d'applications dérivables.
- Fonctions de classe C^k.
- Le cas particulier des fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}$: théorème de Rolle, théorème des accroissements finis, inégalité des accroissements finis, théorème de limite de la dérivée, formule de Leibniz pour le calcul de $(fg)^{(n)}$.

Equations différentielles

- Equations différentielles linéaires scalaires d'ordre 1. : généralités, résolution de l'équation homogène, méthode de variation de la constante, raccordement de solutions.
- Systèmes différentiels linéaires d'ordre 1.
- Equations différentielles linéaires scalaires d'ordre 2 : généralités, dimension de l'espace vectoriel des solutions de l'équation homogène.

Si vous le souhaitez, vous pouvez interroger les étudiants pendant 5-10 minutes sur l'un des 10 points suivants, traités en cours ou en exercices.

1. Expliquer, dans le cas général, la méthode de variation de la constante pour déterminer une solution particulière d'une équation différentielle $a(x)y^{'} + b(x)y(x) = c(x)$ sur un intervalle I où a ne s'annule pas.
2. Démontrer qu'un problème de Cauchy $\begin{cases} a(x)y^{'} + b(x)y = c(x) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$ admet une unique solution sur tout intervalle I sur lequel a ne s'annule pas.
3. Définition des racines n-ièmes de l'unité. En donner deux propriétés importantes.
4. Soit $A : \mathbb{R} \longrightarrow \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ une fonction dérivable. Dérivabilité et dérivée de $t \mapsto \mathrm{Tr}\,(A(t))$.
5. Réciter les 8 formules trigonométriques donnant une autre expression de $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(p)+\cos(q)$, $\cos(p)-\cos(q)$, $\sin(p)+\sin(q)$ et $\sin(p)-\sin(q)$.
6. Expliquer pourquoi une équation différentielle d'ordre 2, notée $y^{''} + a(x)y^{'} + b(x)y = c(x)$ est équivalente à un système différentiel d'ordre 1 de la forme $X^{'} = A(t)X + B(t)$ avec $A(t) \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ et $B(t) \in \mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$.
7. Rappeler, sans démonstration, la méthode de résolution et les différents cas de figure rencontrés pour une équation différentielle $y^{''} + ay^{'} + by = 0$ avec $(a,b) \in \mathbb{R}^2$.
8. Expliquer sous quelle forme on peut chercher une solution particulière de l'équation différentielle $y^{''} + ay^{'} + by = P(t)e^{rt}$ où $P \in \mathbb{K}[X]$.
9. Trigonaliser une matrice 2×2 donnée sans indication.
10. Donner plusieurs DSE classiques choisis par l'examinateur.

Et la semaine suivante ?

Fonctions à plusieurs variables