

Programme de khôlle N°20 - Mathématiques - PC2

Semaine du 12/03/2018 au 16/03/2018

Intégrales à paramètres

- Continuité des intégrales à paramètres
- Dérivabilité des intégrales à paramètres

Dérivation des fonctions à valeurs dans \mathbb{R}^n

- Dérivabilité d'une fonction définie sur un intervalle I de \mathbb{R} et à valeurs dans un \mathbb{R}^n ; caractérisation à l'aide des fonctions composantes ; DL d'ordre 1.
- Composée d'une application linéaire et d'une application dérivable.
- Composée d'une application bilinéaire et d'applications dérivables.
- Fonctions de classe C^k .
- Le cas particulier des fonctions à valeurs dans \mathbb{R} : théorème de Rolle, théorème des accroissements finis, inégalité des accroissements finis, théorème de limite de la dérivée, formule de Leibniz pour le calcul de $(fg)^{(n)}$.

Equations différentielles (début)

- Equations différentielles linéaires scalaires d'ordre 1. : généralités, résolution de l'équation homogène, méthode de variation de la constante, raccordement de solutions.



Si vous le souhaitez, vous pouvez interroger les étudiants pendant 5-10 minutes sur l'un des 10 points suivants, traités en cours ou en exercices.

1. Déterminer l'équation fonctionnelle de Γ et en déduire un équivalent de Γ en 0^+ .
2. Soient I un intervalle de \mathbb{R} et $f : I \rightarrow \mathbb{C}$ une fonction dérivable. Démontrer que \bar{f} est dérivable sur I et que $(\bar{f})' = \overline{f'}$.
3. Donner une expression simple de la dérivée n -ième de $x \mapsto \cos(x)$ et de $x \mapsto \sin(x)$.
4. Démontrer que $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ est dérivable en $a \in I$ si et seulement si f admet un DL₁ en a .
5. Démontrer que $\mathcal{M}_n(\mathbb{R}) = \mathcal{S}_n(\mathbb{R}) \oplus \mathcal{A}_n(\mathbb{R})$.
6. Expliquer, dans le cas général, la méthode de variation de la constante pour déterminer une solution particulière d'une équation différentielle $a(x)y' + b(x)y(x) = c(x)$ sur un intervalle I où a ne s'annule pas.
7. Démontrer qu'un problème de Cauchy
$$\begin{cases} a(x)y' + b(x)y = c(x) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$
 admet une unique solution sur tout intervalle I sur lequel a ne s'annule pas.
8. Définition des racines n -ièmes de l'unité. En donner deux propriétés importantes.
9. Soit $A : \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ une fonction dérivable. Dérivabilité et dérivée de $t \mapsto \text{Tr}(A(t))$.
10. Réciter les 8 formules trigonométriques donnant une autre expression de $\cos(a + b)$, $\cos(a - b)$, $\sin(a + b)$, $\sin(a - b)$, $\cos(p) + \cos(q)$, $\cos(p) - \cos(q)$, $\sin(p) + \sin(q)$ et $\sin(p) - \sin(q)$.



Et la semaine suivante ?

équations différentielles (en entier)