

# Programme de khôlle N°17 - Mathématiques - PC2

Semaine du 31/01/2022 au 04/02/2022

---

## Variables aléatoires discrètes (en entier !)

*Il s'agit du programme précédent !*

## Espaces préhilbertiens réels (Révisions)

- Espaces préhilbertiens : définition, exemples, inégalité de Cauchy-Schwarz, norme associée au produit scalaire.
- Orthogonalité : vecteurs orthogonaux, orthogonal d'une partie, familles orthogonales et orthonormales, Relation de Pythagore, supplémentaires orthogonaux, projecteurs orthogonaux.
- Calculs analytiques dans un espace préhilbertien : définition d'une base orthonormale, calculs dans une base orthonormale, expression de la projection orthogonale sur un sous-espace de dim finie, inégalité de Bessel
- Distance à un sous-espace vectoriel



**Si vous le souhaitez, vous pouvez interroger les étudiants pendant 5-10 minutes sur l'un des 10 points suivants, traités en cours ou en exercices.**

1. Donner l'expression et la démonstration du calcul de l'espérance, de la variance ou de la série génératrice d'une VARD suivant une loi usuelle au programme et choisie par l'examineur.
2. Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires indépendantes. Exprimer la probabilité  $P(X = Y)$ .
3. Énoncer et démontrer le résultat sur la somme de lois de Poisson.
4. Énoncer et démontrer l'inégalité de Markov.
5. Démontrer que le coefficient de corrélation linéaire, lorsque cette quantité existe, appartient à  $[-1, 1]$ .
6. L'application  $(A, B) \mapsto \text{Tr}({}^t A \times B)$  est un produit scalaire sur  $E = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .
7. Si  $E$  est un espace préhilbertien et  $F$  et  $G$  deux sev de  $E$ , alors  $(F + G)^\perp = F^\perp \cap G^\perp$ .
8. Une famille orthogonale finie, dont aucun vecteur n'est nul, est libre.
9. Énoncer et démontrer l'inégalité de Bessel.
10. Existence et calcul de  $\int_0^{+\infty} t^n e^{-t} dt$  pour  $n \in \mathbb{N}$ .



Et la semaine suivante ?

Endomorphismes dans un espace euclidien