## Programme de khôlle $N^{\circ}15$ - Mathématiques - PC2

Semaine du 20/01/2025 au 24/01/2025

## Variables aléatoires discrètes (en entier!)

- Définition, opérations sur les VARD, loi de probabilité, fonction de répartition.
- Espérance (définition, linéarité, positivité, croissance), théorème de transfert; Variance et écart-type; covariance; variance d'une somme de VARD.
- Couple de VARD : loi conjointe, lois marginales, lois conditionnées.
- Indépendance et mutuelle indépendance de VARD.
- Inégalité de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.
- Série génératrice d'une VARD telle que  $X(\Omega) \subset \mathbb{N}$ ; utilisation pour le calcul de E(X) et de V(X).
- Lois usuelles (variables certaines, loi uniforme, loi de Bernoulli, loi Binomiale, loi géométrique, loi de Poisson).



Si vous le souhaitez, vous pouvez interroger les étudiants pendant 5-10 minutes sur l'un des 10 points suivants, traités en cours ou en exercices.

- 1. Déduire les DSE de cos, sin, ch et sh de celui de exp.
- 2. Donner 5 DSE que l'on peut déduire (en l'expliquant) de celui de  $\frac{1}{1-x}$  sur ]-1,1[.
- 3. Enoncer et démontrer la formule de Koenig-Huygens.
- 4. Soient X une VARD admettant une variance et  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ . Prouver que  $V(aX+b) = a^2V(X)$ .
- 5. Rappeler la définition de l'espérance et en donner trois propriétés (sans démonstration).
- 6. Donner l'expression et la démonstration du calcul de l'espérance, de la variance ou de la série génératrice d'une VARD suivant une loi usuelle au programme, et choisie par l'examinateur.
- 7. Soit  $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$ . Calculer, si elle existe,  $E(e^X)$ .
- 8. En<br/>oncer et démontrer la formule permettant d'obtenir V(X+Y).
- 9. Soient X et Y deux variables indépendantes suivant chacune la loi uniforme sur [1, n]. Calculer P(X = Y).
- 10. Soit  $x \in ]-1,1[$ . Donner l'expression des sommes  $\sum_{n=0}^{+\infty} x^n, \sum_{n=1}^{+\infty} nx^{n-1}$  et  $\sum_{n=2}^{+\infty} n(n-1)x^{n-2}$ ,



Et la semaine suivante?

Espaces préhilbertiens