

Programme de khôlle N°15 - Mathématiques - PC2

Semaine du 21/01/2019 au 25/01/2019

Variables aléatoires discrètes

- Définition, opérations sur les VARD, loi de probabilité, fonction de répartition.
- Espérance (définition, linéarité, positivité, croissance), théorème de transfert ; Variance et écart-type
- Série génératrice d'une VARD telle que $X(\Omega) \subset \mathbb{N}$; utilisation pour le calcul de $E(X)$ et de $V(X)$.
- Définition, opérations sur les VARD, loi de probabilité, fonction de répartition.
- Couple de VARD : loi conjointe, lois marginales, lois conditionnées.
- Indépendance et mutuelle indépendance de VARD.
- Espérance (définition, linéarité, positivité, croissance), théorème de transfert ; Variance et écart-type ; covariance ; variance d'une somme de VARD ; coefficient de corrélation.
- Inégalité de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.
- Série génératrice d'une VARD telle que $X(\Omega) \subset \mathbb{N}$; utilisation pour le calcul de $E(X)$ et de $V(X)$.
- Lois usuelles (variables certaines, loi uniforme, loi de Bernoulli, loi Binomiale, loi géométrique, loi de Poisson).



Si vous le souhaitez, vous pouvez interroger les étudiants pendant 5-10 minutes sur l'un des 10 points suivants, traités en cours ou en exercices.

1. Énoncer et démontrer la formule de Koenig-Huygens.
2. Soient X une VARD admettant une variance et $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Prouver que $V(aX + b) = a^2V(X)$.
3. Démontrer que, sous réserve d'existence, $V(X) = G''_X(1) + G'_X(1) - \left(G'_X(1)\right)^2$.
4. Énoncer le théorème de transfert et en donner un exemple d'utilisation.
5. Citer la définition de l'espérance et en donner trois propriétés.
6. Soient X et Y deux VARD admettant un coefficient de corrélation $\rho(X, Y)$. Prouver que $-1 \leq \rho(X, Y) \leq 1$.
7. Donner l'expression et la démonstration du calcul de l'espérance, de la variance ou de la série génératrice d'une VARD suivant une loi usuelle au programme, et choisie par l'examineur.
8. Soient $X \leftrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$ et $r \in \mathbb{N}$. Calculer $E(X(X-1)\dots(X-r+1))$.
9. Énoncer et démontrer la formule permettant d'obtenir $V(X+Y)$.
10. Soient X et Y deux variables indépendantes suivant chacune la loi uniforme sur $[[1, n]]$. Calculer $P(X = Y)$.



Et la semaine suivante ?

Espaces euclidiens