

Programme de khôlle N°14 - Mathématiques - PC2

Semaine du 14/01/2019 au 18/01/2019

Séries entières

- Notion de série entière
- Rayon de convergence : définition, méthodes de calcul, rayon de la somme et du produit de Cauchy de deux séries entières.
- Séries entières de la variable complexe : continuité de la fonction somme
- Séries entières de la variable réelle : Modes de convergence, continuité de la fonction somme, primitives de la fonction somme, dérivation de la fonction somme.
- Fonctions développables en série entière : définition, lien avec les séries de Taylor, développement des fonctions usuelles.

Variables aléatoires discrètes (début !)

- Définition, opérations sur les VARD, loi de probabilité, fonction de répartition.
- Espérance (définition, linéarité, positivité, croissance), théorème de transfert ; Variance et écart-type
- Série génératrice d'une VARD telle que $X(\Omega) \subset \mathbb{N}$; utilisation pour le calcul de $E(X)$ et de $V(X)$.

Remarque : Pas encore de couples, ni de lois usuelles cette semaine (ou alors, en les rappelant).



Si vous le souhaitez, vous pouvez interroger les étudiants pendant 5-10 minutes sur l'un des 10 points suivants, traités en cours ou en exercices.

1. Calculer la somme de la série entière $\sum_{n \geq 0} \frac{x^{3n}}{(3n)!}$ sur son intervalle ouvert de convergence.
2. Démontrer que si $\sum a_n x^n$ est une série entière de somme S définie sur $] -R, R[$, alors, $a_k = \frac{S^{(k)}(0)}{k!}$ pour tout $k \in \mathbb{N}$.
3. Si f est DSE sur $] -R, R[$ sous la forme $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ et si f est paire, alors, tous les termes a_{2p+1} sont nuls. Et si f est impaire ?
4. Dédire les DSE de cos, sin, ch et sh de celui de exp.
5. Sachant que $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$, calculer $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k^2}$.
6. Énoncer et démontrer la formule de Koenig-Huygens.
7. Soient X une VARD admettant une variance et $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Prouver que $V(aX + b) = a^2 V(X)$.
8. Démontrer que, sous réserve d'existence, $V(X) = G''_X(1) + G'_X(1) - (G'_X(1))^2$.
9. Énoncer le théorème de transfert et en donner un exemple d'utilisation.
10. Citer la définition de l'espérance et en donner trois propriétés.



Et la semaine suivante ?

Variables aléatoires (chapitre entier !)