

# Programme de khôlle N°11 - Mathématiques - PC2

Semaine du 11/12/2017 au 15/12/2017

---

## Espaces vectoriels normés de dimension finie

- En dimension finie, la convergence d'une suite ne dépend pas de la norme utilisée.
- Suites dans un evn de dimension finie : caractérisation de la convergence à l'aide de la convergence des coordonnées.
- Topologie dans un evn de dimension finie : partie ouverte, partie fermée, réunion et intersection de parties ouvertes ou de parties fermées ; définition d'un point adhérent et d'un point intérieur ; intérieur, adhérence et frontière d'une partie.  
*La caractérisation séquentielle des fermés a été vue en exercices ; La propriété parlant des images réciproques d'un fermé ou d'un ouvert n'est pas au programme ! La notion de compact n'est pas au programme !*
- Limite d'une application entre deux evn de dimension finie ; caractérisation des limites à l'aide des fonctions coordonnées ; limite de l'image d'une suite convergente.
- Continuité sur une partie ; continuité d'une application lipschitzienne ; caractérisation de la continuité à l'aide des fonctions coordonnées ; image directe d'un fermé-borné par une application continue.
- Continuité des applications linéaires et multilinéaires définies sur un espace de dimension finie.

## Suites et séries de fonctions (début du chapitre)

Dans ce chapitre, les fonctions considérées sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  et sont à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$

- Convergence simple et convergence uniforme d'une suite de fonctions. Lien entre les modes de conv.
- Convergence simple, convergence uniforme, convergence normale sur tout segment, convergence normale, convergence normale sur tout segment d'une série de fonctions. Lien entre les modes de convergence.

*Remarque : Cette semaine, on se concentre sur la convergence ! Par encore d'étude de continuité et du caractère  $C^1$  des fonctions limites...*



**Si vous le souhaitez, vous pouvez interroger les étudiants pendant 5-10 minutes sur l'un des 10 points suivants, traités en cours ou en exercices.**

1. Toute boule ouverte est un ouvert.
2. Toute boule fermée est un fermé.
3. Nature topologique d'une union quelconque d'ouverts, ou d'une intersection finie d'ouverts.
4. Soient  $(E, N)$  un evn de dimension finie, et  $A$  une partie de  $E$ . Démontrer que si toute suite convergente d'éléments de  $A$  a sa limite dans  $A$ , alors,  $A$  est fermée.
5. Soit  $f$  une application continue sur un evn  $(E, N)$  de dimension finie et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ . L'ensemble  $O = \{x \in E, f(x) > 0\}$  est un ouvert de  $E$ .
6. Proposer un exemple de suite de fonctions qui CVS mais qui ne converge pas uniformément.
7. Etude de la CVS, CVN, CVN sur tout segment de la fonction  $\zeta : x \mapsto \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^x}$ .
8. La convergence normale sur  $I$  implique la convergence uniforme sur  $I$ .
9. La convergence uniforme sur  $I$  n'implique pas la convergence normale sur  $I$ .
10. Définition, variations et courbes représentatives des fonctions Arccos, Arcsin et Arctan.



Et la semaine suivante ?

Suites et séries de fonctions (en entier)