

Programme de khôlle N°8 - Mathématiques - PC2

Semaine du 20/11/2023 au 24/11/2023

Intégration sur un intervalle quelconque (chapitre entier !)

- Fonctions continues par morceaux.
- Définition d'une intégrale impropre convergente (cas des intervalles $[a, b[$, $]a, b]$ et $]a, b[$).
- Le cas des fonctions à valeurs complexes.
- Exemples fondamentaux : $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$, $\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha} dt$, $\int_0^1 \ln(t) dt$ et $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$.
- Intégrales de fonctions positives : relations entre la convergence ou la divergence des intégrales de f et g dans le cas où $f \leq g$, $f = O(g)$ et $f \sim g$.
- Convergence absolue.
- Fonctions intégrables.
- Propriétés des fonctions intégrables (nullité de l'intégrale, Relation de Chasles, inégalité de la moyenne)
- Changement de variable; intégration par parties (avec des précautions!)
- Comparaison séries-intégrales (il n'y a aucun résultat au programme : l'idée est de savoir le faire sur des exemples!)



Si vous le souhaitez, vous pouvez interroger les étudiants pendant 5-10 minutes sur l'un des 10 points suivants, traités en cours ou en exercices.

1. Combien de vérifications doit-on faire pour montrer que n événements A_1, A_2, \dots, A_n sont mutuellement indépendants.
2. Soient A et B deux événements. A et B sont indépendants si et seulement si \bar{A} et B le sont.
3. Démontrer que l'intégrale $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$ est convergente.
4. Rappeler la définition de la fonction Γ et déterminer son domaine de définition.
5. Énoncer et démontrer la condition nécessaire et suffisante pour la convergence de $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$.
6. Énoncer et démontrer le lien entre $\Gamma(x)$ et $\Gamma(x+1)$ pour $x \in D_\Gamma$.
7. Énoncer les 4 formules trigonométriques $\cos(p) \pm \cos(q)$ et $\sin(p) \pm \sin(q)$.
8. Énoncer et démontrer le lien entre $\text{Arctan}(x)$ et $\text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)$ pour $x \in \mathbb{R}^*$.
9. Que peut-on dire de la nature de $\int_0^{+\infty} f(t) dt$ si $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R}_+, \mathbb{R})$ vérifie $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0$?
10. Donner une expression simplifiée de $\prod_{k=1}^n (2k)$ et $\prod_{k=1}^n (2k-1)$.



Et la semaine suivante ?

Début des EVN