

Programme de khôlle N°7 - Mathématiques - PC2

Semaine du 12/11/2018 au 16/11/2018

Probabilités

- Ensembles dénombrables
- Vocabulaire des probabilités : épreuve, univers (fini ou dénombrable), événement, tribu, probabilité.
- Théorème de continuité croissante, théorème de continuité décroissante
- Probabilité conditionnelle
- Formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes
- Indépendance d'événements

Intégration sur un intervalle quelconque

- Rappels sur les fonctions continues par morceaux.
- Définition d'une intégrale impropre convergente (cas des intervalles $[a, b[$, $]a, b]$ et $]a, b[$).
- Le cas des fonctions à valeurs complexes.
- Exemples fondamentaux : $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$, $\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha} dt$, $\int_0^1 \ln(t) dt$ et $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$.
- Intégrales de fonctions positives : relations entre la convergence ou la divergence des intégrales de f et g dans le cas où $f \leq g$, $f = O(g)$ et $f \sim g$.
- Convergence absolue.
- Fonctions intégrables.
- Propriétés des fonctions intégrables (nullité de l'intégrale, Relation de Chasles, inégalité de la moyenne)
- Changement de variable ; intégration par parties (avec des précautions !)
- Comparaison séries-intégrales



Si vous le souhaitez, vous pouvez interroger les étudiants pendant 5-10 minutes sur l'un des 5 points suivants, traités en cours ou en exercices.

1. Démontrer que \mathbb{Z} est dénombrable.
2. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \prod_{k=1}^n \frac{3k-2}{3k-1}$
3. Enoncer la formule du Crible (formule hors-programme!)
4. Démontrer que si A et B sont deux événements, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
5. Soient A et B deux événements. A et B sont indépendants si et seulement si \bar{A} et B le sont.
6. Démontrer que l'intégrale $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$ est convergente.
7. Rappeler la définition de la fonction Γ et déterminer son domaine de définition.
8. Enoncer et démontrer le lien entre $\Gamma(x)$ et $\Gamma(x+1)$ pour $x \in D_\Gamma$.
9. Enoncer les formules trigonométriques $\cos(p) \pm \cos(q) = \dots$, $\sin(p) \pm \sin(q) = \dots$
10. CNS sur $(a, b, c) \in \mathbb{C}^3$ pour que $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & a \end{bmatrix}$ soit diagonalisable.



Et la semaine suivante ?

Espaces vectoriels normés