

# Programme de khôlle N°7 - Mathématiques - PC2

Semaine du 08/11/2021 au 12/11/2021

---

## Réduction des matrices

- Elements propres d'une matrice : ce sont ceux de l'endomorphisme canoniquement associé.
- Matrice carrées diagonalisables.
- Le cas des matrices symétriques réelles.
- Trigonalisation d'une matrice carrée (avec indications)

## Probabilités

- Ensembles dénombrables
- Vocabulaire des probabilités : épreuve, univers (fini ou dénombrable), événement, tribu, probabilité.
- Théorème de continuité croissante, théorème de continuité décroissante
- Probabilité conditionnelle
- Formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes
- Indépendance d'événements



**Si vous le souhaitez, vous pouvez interroger les étudiants pendant 5-10 minutes sur l'un des 10 points suivants, traités en cours ou en exercices.**

1. Donner un exemple d'une matrice symétrique non diagonalisable.
2. Trouver toutes les matrices diagonales  $M$  de  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  telles que  $M^2 = \text{Diag}(1, 2, 3)$ .
3. Donner une CNS de diagonalisabilité d'une matrice  $A$  possédant une unique valeur propre.
4. Enoncer les formules trigonométriques  $\cos(p) \pm \cos(q)$  et  $\sin(p) \pm \sin(q)$ .
5. Qui sont les polynômes irréductibles de  $\mathbb{R}[X]$ ? Et ceux de  $\mathbb{C}[X]$ . Décomposer  $X^3 - 1$  comme produit de polynômes irréductibles de  $\mathbb{R}[X]$ , puis comme produit de polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$ .
6. Soit  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  telle que sur chaque colonne, la somme des coefficients vaut 1. Prouver que  $1 \in \text{Sp}(A)$ .
7. Démontrer que  $\mathbb{Z}$  est dénombrable.
8. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \prod_{k=1}^n \frac{2k-1}{2k}$
9. Enoncer la formule du Crible (formule hors-programme!)
10. Soient  $A$  et  $B$  deux événements.  $A$  et  $B$  sont indépendants si et seulement si  $\bar{A}$  et  $B$  le sont.



Et la semaine suivante ?

Intégrales généralisées