

Programme de khôlle N°2 - Mathématiques - PC2

Semaine du 24/09/2018 au 28/09/2018

Suites et séries de réels et de complexes

Il s'agit du programme précédent !

Espaces vectoriels en dimension quelconque (Révisions!)

- Espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels, sous-espaces engendrés par une partie.
- Applications linéaires : définition, propriétés, noyau, image, équations linéaires.
- Sommes et sommes directes d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels.
Il y a ici une nouveauté : en première année, on n'étudie que la somme de 2 sev!
- Sous-espaces supplémentaires ; lien avec les projecteurs.

Espaces vectoriels en dimension finie (Révisions!)

- Familles libres, génératrices, bases.
- Existence de bases en dimension finie.
- Cardinaux des familles libres et génératrices.
- Dimension d'un espace, dimension et espaces isomorphes, dimension d'un produit d'espaces de dimension finie, dimension et sous-espaces vectoriels, dimension et sous-espaces supplémentaires, dimension et sommes directes.
- Rang d'une famille, d'une application linéaire.

Attention : La notion d'hyperplan n'est plus au programme !



Si vous le souhaitez, vous pouvez interroger les étudiants pendant 5-10 minutes sur l'un des 5 points suivants, traités en cours ou en exercices.

1. Donner un exemple de suites équivalentes (u_n) et (v_n) telles que (e^{u_n}) et (e^{v_n}) ne le sont pas. Idem avec $(\ln(u_n))$ et $(\ln(v_n))$.
2. Soit (u_n) une suite réelle telle que les trois suites (u_{2n}) , (u_{2n+1}) et (u_{3n}) soient convergentes. Démontrer que la suite (u_n) converge.
3. Expliquer, avec tous les détails, comment on étudie une suite arithmético-géométrique.
4. Etudier la convergence de la suite (u_n) définie pour $n \geq 1$ par $u_n = \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n E(k^2 x)$ où $x \in \mathbb{R}$.
5. Démontrer la convergence de la suite $(a_n)_{n \geq 1}$ définie par : $\forall n \geq 1, a_n = \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \right) - \ln(n)$.
6. Soient E et F deux \mathbb{K} -ev, et $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Démontrer que f est injective si et seulement si $\text{Ker}(f) = \{0\}$, et que f est surjective si et seulement si $\text{Im}(f) = F$.
7. Soient F et G deux sev d'un \mathbb{K} -ev E . Démontrer que F et G sont en somme directe si et seulement si $F \cap G = \{0\}$. Démontrer que cette équivalence n'est plus vérifiée avec trois sev.
8. Donner la définition des polynômes de Lagrange et expliquer leur fonctionnement.
9. Soient E et F deux \mathbb{K} -ev de dim finies et $(f, g) \in (\mathcal{L}(E, F))^2$. On a : $\text{rg}(f + g) \leq \text{rg}(f) + \text{rg}(g)$.
10. Expliquer pourquoi $\mathbb{K}[X]$ n'est pas de dimension finie.



Et la semaine prochaine ?

Révisions sur les matrices