Programme de khôlle N°1 - Mathématiques - PC2

Semaine du 13/09/2021 au 17/09/2021

Suites de réels et de complexes

Rien de nouveau par rapport au programme de PCSI !

- Suites de réels : Suites convergentes et divergentes (définitions avec les quantificateurs), limites et inégalités, convergence et suites extraites, suites monotones, suites adjacentes
- Relations de comparaison
- Suites de nombres complexes
- Exemples élémentaires de suites : géométriques, arithmétiques, arithmético-géométriques, suites récurrentes linéaires d'ordre 2 (à coefficients réels ou complexes), suites définies par une relation de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$.

Séries de réels ou de complexes

- Définition et premières propriétés.
- Critères de convergence des séries à termes positifs (majoration des sommes partielles, majoration ou minoration du terme général de la série, domination du terme général de la série, comparaison par équivalence)
- Séries de référence : séries géométriques, séries de Riemann, séries exponentielles.
- Séries à termes quelconques : convergence absolue, règle de d'Alembert, critère spécial des séries alternées.
- Formule de Stirling.

Si vous le souhaitez, vous pouvez interroger les étudiants pendant 5-10 minutes sur l'un des 5 points suivants, traités en cours ou en exercices.

1. Donner un exemple de suites équivalentes (u_n) et (v_n) telles que (e^{u_n}) et (e^{v_n}) ne le sont pas. Idem avec $(\ln(u_n))$ et $(\ln(v_n))$.
2. Soit (u_n) une suite réelle telle que les trois suites (u_{2n}), (u_{2n+1}) et (u_{3n}) soient convergentes. Démontrer que la suite (u_n) converge.
3. Expliquer, avec tous les détails, comment on étudie une suite arithmético-géométrique.
4. Etudier la convergence de la suite (u_n) définie pour $n \geq 1$ par $u_n = \dfrac{1}{n^3} \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \lfloor k^2 x \rfloor$ où $x \in \mathbb{R}$.
5. Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\dfrac{1}{n+1} \leq \ln(n+1) - \ln(n) \leq \dfrac{1}{n}$.

Et la semaine prochaine ?

Révisions d'algèbre linéaire